Włodarczyk, J. (2006). „Wahania cen w liniowych i nieliniowych modelach pajęczyny.” *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*, nr 43, s. 71-93.

Julia Włodarczyk

WAHANIA CEN W LINIOWYCH I NIELINIOWYCH MODELACH PAJĘCZYNY

Wprowadzenie

Zmienność wielkości ekonomicznych w czasie fascynuje nie tylko ekonomistów. Szczególne zainteresowanie budzą wahania cen na rynkach dóbr i usług oraz na rynkach czynników produkcji. Są one wynikiem nieustannej gry popytu i podaży, nierzadko spekulacji, wypadkową dośrodkowego dążenia rynków do równowagi i niezliczonych odśrodkowych impulsów uniemożliwiających osiągnięcie tego stanu. Część zachodzących procesów wynika z uwarunkowań endogenicznych (deterministycznych), związanych z funkcjonowaniem danego rynku, a część – z wpływu czynników egzogenicznych, niezależnych od decyzji podejmowanych przez podmioty gospodarcze.

Swoboda podejmowania decyzji gospodarczych przez różne grupy podmiotów (autonomiczne kształtowanie przez nie zmiennych decyzyjnych) sprawia, że w rzeczywistości wolnorynkowej wahania wielkości ekonomicznych mają przeważnie przebieg nieregularny, wręcz chaotyczny. Próby zrozumienia i przewidywania bogatej rzeczywistości gospodarczej prowadzą do konstrukcji modeli dynamicznych, opisujących zachodzące procesy.

Jednym z fundamentalnych modeli dynamicznych w ekonomii jest model pajęczyny, obrazujący procesy dostosowawcze na rynkach, na których decyzje gospodarcze producentów i nabywców cechują się odmiennymi uwarunkowaniami czasowymi. Czynnikiem dynamizującym model pajęczyny jest opóźnienie podaży – producenci reagują na zmianę sytuacji rynkowej najczęściej z opóźnieniem jednookresowym (dlatego też analiza jest przeprowadzana w czasie dyskretnym, a nie ciągłym).

Wszystkie modele pajęczyny opierają się na tych samych zmiennych ekonomicznych: popycie, podaży i cenie, ale przyjmują odmienne założenia co do kształtowania się tych wielkości w czasie, proponując różne postaci funkcji popytu i podaży względem ceny i ewentualnie innych parametrów. Pierwotnie koncentrowano się na funkcjach liniowych, obecnie więcej uwagi poświęca się nieliniowym (ale najczęściej monotonicznym) funkcjom popytu i podaży. Wprowadzenie nieliniowości rozszerza pole możliwych rozwiązań, np. o chaotyczne fluktuacje cen.

Mimo swych licznych zalet, przede wszystkim prostoty i jednoczesnego bogactwa rozwiązań (formułowanych w postaci kilku przypadków), modele pajęczyny są często obiektem krytyki. Po pierwsze, podaje się w wątpliwość, czy potrafią realistycznie tłumaczyć fluktuacje cen na różnych rynkach. Po drugie, kontrowersje budzi również założenie istnienia równowagi na danym rynku oraz założenie dążenia rynku do stanu równowagi.

W opracowaniu przedstawiono wybrane liniowe i nieliniowe modele pajęczyny, które w polskiej literaturze są zazwyczaj omawiane skrótowo. Wyznaczone zostają ścieżki wahań cenowych oraz warunki osiągnięcia równowagi na rynku, przy czym rozważaniom analitycznym towarzyszą ilustracje. Wskazuje się również możliwość dalszych uogólnień modeli.

W opracowaniu skoncentrowano się na aspekcie cenowym, aczkolwiek prezentowane obliczenia mogą być odniesione również do aspektu ilościowego transakcji zawieranych na rynku. Ponadto rozważania można uogólnić na zagadnienia makroekonomiczne.

1. Prosty model pajęczyny

Najczęściej omawiany w podręcznikach akademickich jest prosty, liniowy model pajęczyny, do opracowania którego przyczynili się niezależnie od siebie T. Hanau, U. Ricci, H. Schultz oraz J. Tinbergen[1]. Pierwszy model pajęczyny odnosił się do cyklicznych wahań ceny i podaży na rynku produktów rolnych – przyjęło się, że rolnicy podejmują decyzje dotyczące poziomu produkcji rolnej jeden okres wcześniej, niż dokonują sprzedaży – uwzględniają obowiązującą wtedy cenę, ale nie biorą pod uwagę swoich wcześniejszych doświadczeń.

Oznacza to, że w najprostszym modelu pajęczyny rozmiary popytu w danym okresie są uzależnione od obowiązującej w tym okresie ceny, natomiast rozmiary podaży są uzależnione wyłącznie od ceny z okresu poprzedniego, co jest równoznaczne z występowaniem krótkiej pamięci rynkowej i popełnianiem tych samych błędów przez przedsiębiorców.

Zakłada się ponadto, że cała produkcja z danego okresu zostanie wystawiona na sprzedaż – nie wystąpią zapasy. W rzeczywistości model ten można by

[1] Por. np. B. Klimczak: Mikroekonomia. AE, Wrocław 2001. s. 97-101.

odnieść jedynie do cyklu produkcyjnego dóbr szybko psujących się (np. niektórych produktów rolnych) lub sytuacji, kiedy gromadzenie zapasów z określonych powodów nie jest możliwe[2].

Liniowy model pajęczyny ma następującą postać funkcyjną:

$$q_{dt} = ap_t + b \tag{1.1}$$

$$q_{st} = cp^e_t + d \tag{1.2}$$

gdzie:

q_{dt} – wielkość popytu w okresie t,

q_{sl} – wielkość podaży w okresie t,

p_t – cena w okresie t,

p^e_t – cena oczekiwana przez producentów w okresie t,

a, b, c i d – parametry modelu (najczęściej a, d < 0, b, c > 0, co sprawia, że popyt jest malejącą funkcją ceny, a podaż – rosnącą)[3].

Ze względu jednak na to, że producenci oczekują w okresie t tej samej ceny, która wystąpiła na rynku w okresie t – 1, w prostym modelu pajęczyny przyjmuje się, że $p^e_t = p_{t-1}$ (cena oczekiwana jest taka sama, jak p_{t-1} – cena w okresie t – 1). W związku z tym równanie (1.2) można zapisać w następującej postaci:

$$q_{st} = cp_{t-1} + d \tag{1.3}$$

Przyjmuje się, że rynek dąży do równowagi wyznaczonej przez następujący warunek:

$$q_{dt} = q_{st} \tag{1.4}$$

Równowaga rynkowa wystąpi wtedy, gdy $q_{dt} = q_{st} = q^*$ i $p_t = p_{t-1} = p^*$, przy czym zarówno cena równowagi, jak i rozmiary popytu równoważące rozmiary podaży muszą być dodatnie. Punkt równowagi rynkowej jest wyznaczony przez następujące wielkości:

$$p^* = \frac{b-d}{c-a}, \quad q^* = \frac{cb-ad}{c-a}.$$

Wielkości te są dodatnie, jeśli c/a < d/b < 1.

Charakterystyczny dla modeli pajęczyny jest sposób dochodzenia do punktu równowagi. Jeżeli w okresie t cena rynkowa jest wyższa od ceny równowagi (np. ze względu na wystąpienie klęski żywiołowej lub z obawy przed niedostatecznym popytem producenci oferują mniejszą ilość produktów), to

---

[2] A.C. Chiang: Podstawy ekonomii matematycznej. PWE. Warszawa 1994, s. 559.

[3] Oznaczenia: a – nachylenie funkcji popytu względem osi OY, b – wielkość rynku, uwarunkowana wpływem zmiennych pozacenowych, np. preferencji konsumentów, c – nachylenie funkcji podaży względem osi OY, d – parametr określający wpływ innych zmiennych na podaż, szczególnie związanych z kosztami. Ponadto: (l/a) – nachylenie funkcji popytu względem osi OX, (l/c) – nachylenie funkcji podaży względem osi OX, wyrażenie (-b/a) oznacza cenę graniczną – maksymalną cenę, jaką konsumenci są gotowi zapłacić za dane dobro, a wyrażenie (-d/c) – cenę zamknięcia, czyli najniższą cenę, jaką są w stanie zaakceptować producenci.

producenci zaplanują na okres t + 1 większą produkcję (odwrotnie się dzieje, jeśli cena początkowa jest niższa od ceny równowagi). Zrealizowana produkcja większa od wielkości równowagi nie znajdzie tylu chętnych nabywców, co ze względu na niemożność przechowywania produktów spowoduje spadek ceny poniżej poziomu równowagi. Niższa cena w okresie t + 1 zniechęci producentów do podejmowania zbyt dużej produkcji w okresie t + 2. Zaoferują oni mniejszą ilość produktów w kolejnym okresie, co przyczyni się do wzrostu ceny. Oczekiwania ekstrapolacyjne producentów będą ich motywować na zmianę do zwiększania lub zmniejszania produkcji. Procesy dostosowawcze będą przebiegały aż do osiągnięcia punktu równowagi na danym rynku, ustalenia się stałych oscylacji ceny i ilości lub załamania rynku (por. rys. 1)[4].

Żeby wyznaczyć równanie dostosowań cenowych, należy wziąć pod uwagę to, że równowaga rynkowa to sytuacja, w której odchylenia bieżącej wielkości rynku oraz ceny od poziomu równowagi są równe zeru[5].

Przyjmując $qq_t = q_t - q^*$ oraz $pp_t = p_t - p^*$ jako odchylenia wielkości bieżącej od wielkości w równowadze (odpowiednio ilości oraz ceny), jak również:

$$q_t = ap_t + b = cp_{t-1} + d$$

$$q^* = ap^* + b = cp^* + d$$

po odjęciu stronami otrzymuje się:

$$q_t - q^* = ap_t - ap^* = cp_{t-1} - cp^*$$

czyli:

$$qq_t = app_t = cpp_{t-1}$$

stąd:

$$pp_t = \left(\frac{c}{a}\right) pp_{t-1} = \left(\frac{c}{a}\right)^t pp_0 \tag{1.5}$$

A zatem równanie dostosowań cenowych w analizowanym modelu ma postać:

$$p_t = \left(\frac{c}{a}\right)^t (p_0 - p^*) + p^* \tag{1.6}$$

czyli równoważnie:

$$p_t = \left(\frac{c}{a}\right)^t \left(p_0 - \frac{b-d}{c-a}\right) + \frac{b-d}{c-a}$$

---

[4] Gdyby producenci byli w stanie z góry przewidzieć procesy dostosowawcze cen, od razu zaoferowaliby na rynku ilość równowagi generującą cenę równowagi. Tego typu symulacje procesu równoważenia rynku określa się jako *tâtonnement* (z fr. szukanie po omacku) (por. A. Ostoja-Ostaszewski: Matematyka w ekonomii. Modele i metody. T. 1. PWN. Warszawa 1996, s. 177).

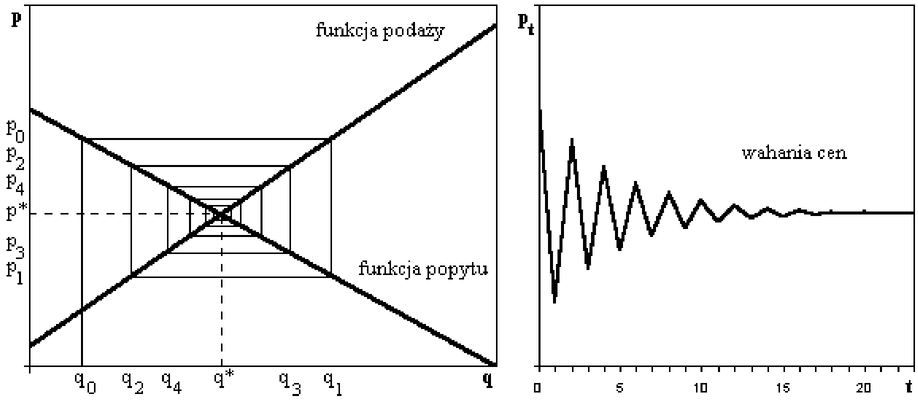
[5] B. Gawrońska-Nowak, G. Walerysiak: Decyzje ekonomiczne. Ujęcie ilościowe. PWE, Warszawa 2005, s. 118.

Ze względu na to, że wyrażenie c/a jest ujemne (podnoszone do kolejnych potęg będzie przyjmować przemiennie wartości ujemne i dodatnie), cena na danym rynku będzie na zmianę raz wyższa, a raz niższa od ceny równowagi.

O charakterze oscylacji będzie decydować wartość wyrażenia c/a:

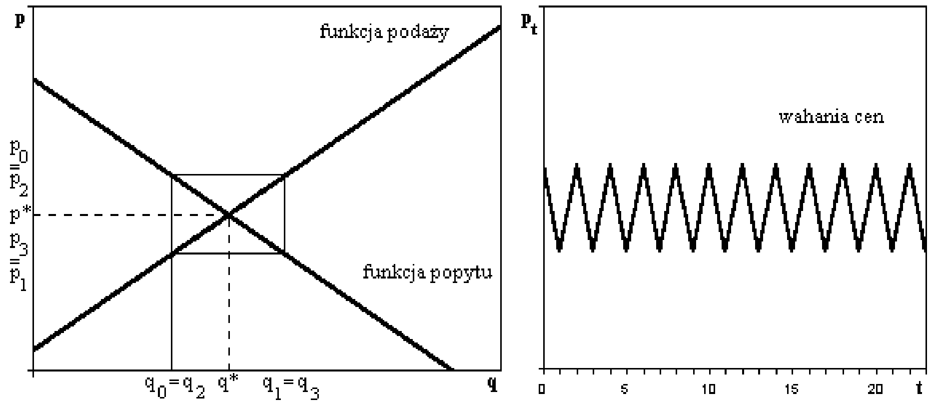
– wahania tłumione (gasnące, o malejącej amplitudzie), umożliwiające osiągnięcie punktu równowagi rynkowej, wystąpią, jeżeli | c/a | < 1, inaczej | l/a | < | l/c |, czyli kiedy nachylenie funkcji podaży będzie większe niż nachylenie funkcji popytu do wartości bezwzględnej (w punkcie równowagi popyt będzie bardziej elastyczny niż podaż) (rys. la),
– wahania regularne (jednostajne, cykliczne, o stałej amplitudzie) pojawią się, gdy | c/a | = 1, czyli kiedy wartość bezwzględna nachylenia krzywej podaży będzie taka sama, jak krzywej popytu (rys. 1b),
– wahania wybuchowe (eksplodujące, o rosnącej amplitudzie) wystąpią dla | c/a | > |1|, czyli gdy w punkcie równowagi podaż będzie bardziej elastyczna niż popyt (rys. lc)[6].

Natomiast o długości dostosowań do poziomu równowagi będzie decydować wartość bezwzględna wyrażenia $(p_0 - p^*)$. Im bardziej wyjściowy poziom ceny po będzie odbiegać od poziomu równowagi, tym dłużej rynek będzie dochodził do równowagi (jeżeli oczywiście spełniony będzie warunek | c/a | < 1).

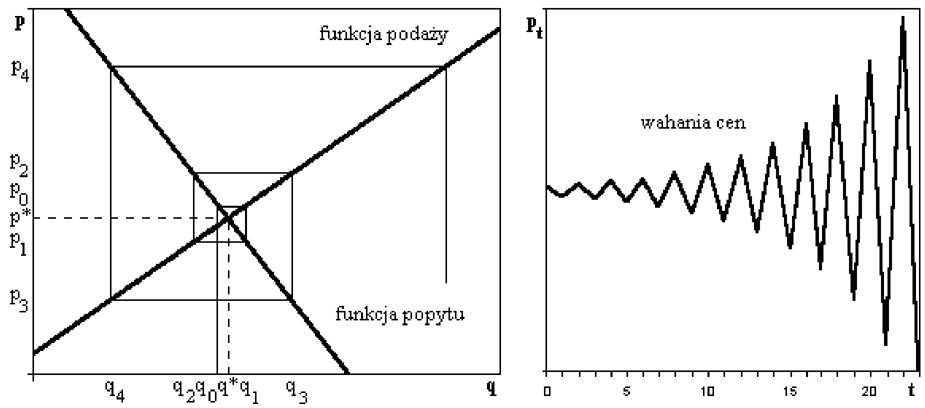


a) wahania tłumione

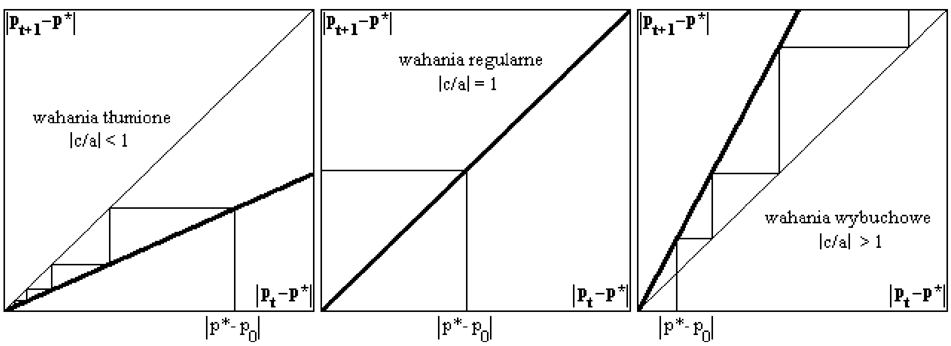
[6] Jedną z możliwości zahamowania tendencji wybuchowych lub zmniejszenia amplitudy oscylacji stałych na rynku jest wprowadzenie pułapu ceny. dzięki czemu pojawiają się oscylacje jednostajne. Amplituda wahań będzie uzależniona od wielkości odchylenia między wprowadzonym pułapem ceny a ceną równowagi (A.C. Chiang: Op. cit., s. 572).



b) wahania regularne



c) wahania wybuchowe



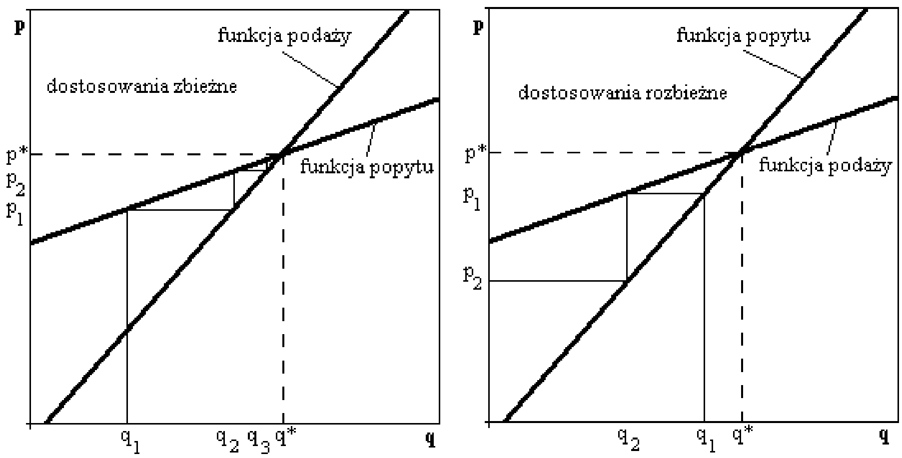
d) diagramy fazowe odchyleń dla wahań tłumionych, regularnych i wybuchowych

Rys. 1. Wahania ceny w prostym modelu pajęczyny

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: A.C. Chiang: Podstawy ekonomii matematycznej. PWE, Warszawa 1994, s. 561-568.

Wahania w modelu pajęczyny można również zobrazować za pomocą diagramów fazowych (rys. 1d), których konstrukcja opiera się na zależności rekurencyjnej danej wzorem (1.5). W przypadku wahań tłumionych, kolejne odchylenia od wartości bezwzględnej mają coraz mniejszą amplitudę, ponieważ stanowią kolejne wyrazy malejącego ciągu geometrycznego (iloraz tego ciągu $|c/a|$ jest mniejszy od jedności). Wartość bezwzględna odchyleń (amplituda) w wahaniach regularnych jest niezmienna, natomiast w wahaniach wybuchowych – rosnąca. Nie należy jednak zapominać, że w każdym przypadku cena rynkowa jest na zmianę wyższa lub niższa od ceny równowagi.

Wyjątkiem są jedynie nietypowe krzywe popytu i podaży (np. rosnąca funkcja popytu, malejąca funkcja podaży), gdzie dostosowania, zarówno dośrodkowe, jak i odśrodkowe, mają charakter monotoniczny (rys. 2).



Rys. 2. Dostosowania cen w nietypowych modelach pajęczyny

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: R.D.G. Allen: Ekonomia matematyczna. PWE, Warszawa 1961, s. 28.

Jeżeli popyt będzie rosnącą funkcją ceny (np. dla dóbr luksusowych), to przy typowej krzywej podaży rynek osiągnie równowagę, gdy funkcja podaży będzie bardziej stroma od funkcji popytu (względem osi OX). W przeciwnym razie ceny i ilości będą się oddalały od punktu równowagi.

2. Prosty model pajęczyny – wariant uwzględniający przesunięcia krzywych popytu i podaży w czasie

W pierwszym modelu założono niezmienność zależności popytu i podaży od ceny, dopuszczając jedynie dopasowania między rozmiarami popytu, podaży i wysokością ceny. Tymczasem postać funkcji popytu i podaży może się zmieniać w czasie.

Najprostszym przykładem tego typu zmian może być przesuwanie się funkcji popytu i podaży o odpowiednio x i y jednostek z okresu na okres (parametry x i y mogą przyjmować dowolne wartości). Po modyfikacji równań (1.1) i (1.3) model pajęczyny uwzględniający jednakowe przesunięcia popytu i podaży ma postać:

$$q_{dt} = ap_t + b + xt$$
$$q_{st} = cp_{t-1} + d + yt$$

Co charakterystyczne, w tym przypadku nie ma stacjonarnego punktu równowagi, ponieważ jego położenie w każdym okresie zmienia się w zależności od parametrów x i y. Dlatego też należy wyznaczyć ścieżkę ilustrującą zmiany ceny równowagi:

$$p_t{}^* = \frac{b-d}{c-a} + \frac{x-y}{c-a}t$$

czyli:

$$p_t{}^* = p_0{}^* + \frac{x-y}{c-a}t$$

gdzie p_0* oznacza wyjściową cenę równowagi rynkowej (analogicznie wyznacza się ścieżkę zmian ilości równowagi q_t*).

Charakter zmian położenia punktu równowagi będzie uzależniony od wzajemnych relacji między parametrami x i y:

- cena (oraz ilość) równoważąca rynek będzie coraz wyższa, jeśli $x > 0$ i $x > y$ (popyt rośnie szybciej niż podaż),
- cena równowagi będzie coraz niższa, ale ilość równoważąca rynek będzie coraz wyższa, jeśli $y > 0$ i $x < y$ (popyt rośnie wolniej niż podaż),
- cena równowagi będzie coraz wyższa, natomiast ilość równoważąca rynek będzie coraz niższa, jeśli $x < 0$ i $x > y$ (popyt maleje wolniej niż podaż),
- cena (oraz ilość) równoważąca rynek będzie coraz niższa, jeśli $y < 0$ i $x < y$ (popyt maleje szybciej niż podaż),
- jeśli $x = 0$ i $y = 0$, przypadek redukuje się do prostego modelu pajęczyny.

Cena rynkowa będzie podlegać wahaniom względem ceny równowagi zgodnie ze wzorem stanowiącym modyfikację równania (1.6):

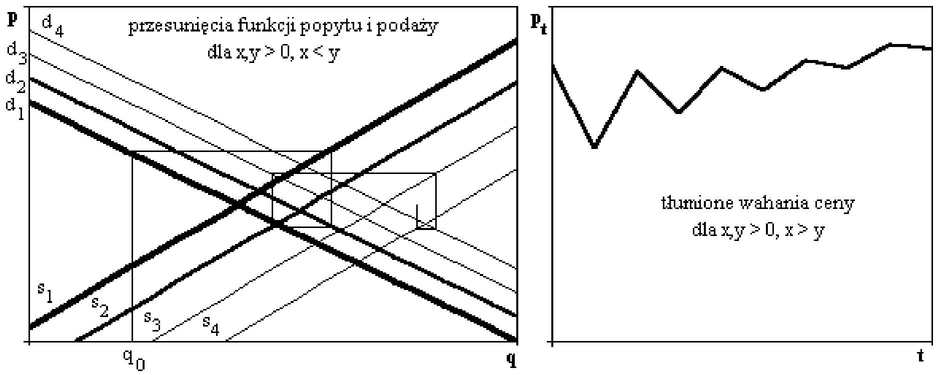
$$p_t = \left(\frac{c}{a}\right)^t (p_0 - p_t{}^*) + p_t{}^*$$

czyli:

$$p_t = \left(\frac{c}{a}\right)^t p_0 + \frac{b-d+(x-y)t}{c-a}\left(1+\left(\frac{c}{a}\right)^t\right) \tag{2.1}$$

Należy przy tym zauważyć, że w omawianym modelu mogą wystąpić również monotoniczne, a nie tylko oscylujące zmiany cen.

Podobnie jak w prostym modelu pajęczyny, warunkiem zbieżności cen rynkowych z cenami równowagi będzie spełnienie nierówności | c | < | a | (rys. 3).



Rys. 3. Przykładowe wahania ceny w modelu pajęczyny z przesuwającymi się krzywymi popytu i podaży

W rzeczywistości gospodarczej bardzo rzadko wielkości zmieniają się w czasie w tym samym stopniu, co powoduje konieczność modyfikacji modelu. Wyraz wolny funkcji popytu i podaży (odpowiednio b i d) można potraktować ogólnie jako funkcję czasu - b(t) i d(t), wtedy:

$$p_t = \left(\frac{c}{a}\right)^t p_0 + \frac{b(t) - d(t)}{c - a}\left(1 + \left(\frac{c}{a}\right)^t\right).$$

Takie uogólnienie umożliwia szerszy zakres zmian położenia funkcji popytu i podaży, np. wprowadzenie cykli o okresie dłuższym niż okres podstawowy t.

3. Model z oczekiwaniami dwuokresowymi po stronie podaży – wariant uproszczony

Model z oczekiwaniami dwuokresowymi stanowi rozszerzenie prostego modelu pajęczyny. Modyfikacja polega na uzupełnieniu funkcji podaży o składową odzwierciedlającą wcześniejsze doświadczenia producentów.

Model składa się z równań (1.1) i (1.2), przy czym w najprostszej wersji zakłada się, że cena oczekiwana przez producentów w czasie t jest średnią arytmetyczną cen z dwóch poprzednich okresów:

$$p^e_t = (p_{t-1} + p_{t-2})/2$$

Stąd pełna postać modelu:

$$q_{dt} = ap_t + b$$
$$q_{st} = c[(p_{t-1} + p_{t-2})/2] + d$$

Punkt równowagi rynkowej będzie wyznaczony przez takie same współrzędne, jak w przypadku prostego modelu pajęczyny:

$$p^* = \frac{b-d}{c-a},\ q^* = \frac{cb-ad}{c-a}$$

By zbadać, w jakich sytuacjach zmienione oczekiwania przedsiębiorców przyczynią się do osiągnięcia równowagi rynkowej zadanej warunkiem (1.4) należy zastosować wprowadzone wcześniej definicje odchyleń ceny i ilości od stanu równowagi. Po przekształceniach otrzymuje się:

$$pp_t = (c/2a)\ pp_{t-1} + (c/2a)\ pp_{t-2}$$

Jest to liniowe równanie różnicowe rzędu drugiego. Można je rozwiązać za pomocą równania pomocniczego[7]:

$$\lambda^2 - (c/2a)\ \lambda - (c/2a) = 0 \tag{3.1}$$

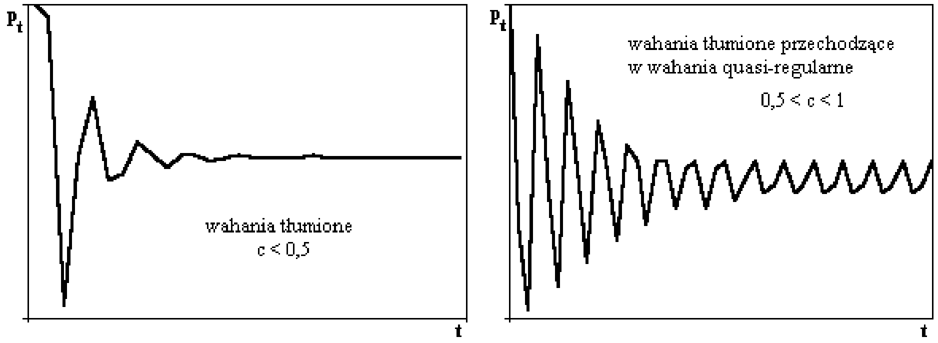
które ma następujące pierwiastki:

$$\lambda_1 = \frac{c+\sqrt{c^2+8ac}}{4a},\ \lambda_2 = \frac{c-\sqrt{c^2+8ac}}{4a}$$

Stan równowagi zostanie osiągnięty, gdy oba pierwiastki co do wartości bezwzględnej będą mniejsze od 1 (podnoszone do kolejnych potęg będą przyjmowały coraz mniejsze wartości, a zatem bieżące odchylenia ceny od poziomu równowagi będą również coraz mniejsze).

Można zauważyć, że $|\lambda_1| > |\lambda_2|$, wystarczy więc sprawdzić, kiedy $|\lambda_1| < 1$. Ostatecznie można stwierdzić, że w przypadku oczekiwań producentów opartych na średniej arytmetycznej z dwóch poprzednich okresów, wahania cen będą zbieżne z poziomem równowagi, gdy $c < -4a$, czyli gdy nachylenie podaży względem osi OX będzie przynajmniej cztery razy większe od wartości bezwzględnej nachylenia popytu. Ze względu jednak na to, że wyrażenie $\sqrt{c^2+8ac}$ musi być większe od zera, czyli $c > -8a$, okazuje się, że równanie (3.1) będzie miało pierwiastki sprzężone.

[7] Rozwiązanie ogólne ma postać $pp_t = A_1\lambda_1^t + A_2\lambda_2^t$, gdzie A_1 i A_2 zależą od warunków początkowych. (por. A.C. Chiang, op. cit., s. 575).



Rys. 4. Przykładowe wahania ceny w uproszczonym modelu z oczekiwaniami dwuokresowymi

W modelu uwzględniającym ceny z dwóch okresów poprzedzających sprzedaż produktów mogą wystąpić wahania nietypowe dla prostego modelu pajęczyny – może się bowiem okazać, że nie zawsze z okresu na okres cena będzie raz wyższa, a raz niższa w stosunku do ceny równowagi.

4. Model z oczekiwaniami dwuokresowymi po stronie podaży – wariant rozszerzony

Nie zawsze przedsiębiorcy opierający swoje decyzje produkcyjne i oczekiwania cenowe na cenach z dwóch poprzednich okresów będą się posługiwali średnią arytmetyczną, ponieważ mogą obu cenom przypisać różne wagi. W związku z tym w modelu należy uwzględnić równanie (1.1), a w równaniu (1.2) przyjąć $p^e_t = p_{t-1} + \delta(p_{t-2} - p_{t-1})$. Wtedy postać funkcyjna modelu jest następująca:

$$q_{dt} = ap_t + b$$

$$q_{st} = c[p_{t-1} + \delta(p_{t-2} - p_{t-1})] + d = c(1 - \delta)\, p_{t-1} + c\delta p_{t-2} + d$$

gdzie δ opisuje oczekiwania przedsiębiorców co do zmian ceny rynkowej – jest to waga, jaką przywiązują do odwrócenia się lub dalszego trwania istniejących tendencji. Parametr δ może przyjmować następujące wartości:

– $0 < \delta < 1$, jeżeli przedsiębiorcy uważają, że w danym okresie zmiana ceny będzie miała przeciwny kierunek niż w okresach poprzednich (jest to najczęściej spotykana sytuacja – jeśli $\delta = 0{,}5$, przypadek redukuje się do omówionej powyżej wersji uproszczonej),
– $\delta < 0$, jeżeli przedsiębiorcy oczekują zmian ceny o tym samym kierunku, np. w związku ze zjawiskami inflacyjnymi,

– δ = 0, jeżeli przedsiębiorcy nie uwzględniają zmian cen (ten przypadek jest równoznaczny z omówionym wcześniej prostym modelem pajęczyny)[8].

Również w tym modelu współrzędne punktu równowagi rynkowej są takie same, jak w przypadku prostego modelu pajęczyny:

$$q^* = \frac{cb - ad}{c - a}, \; p^* = \frac{b - d}{c - a}$$

Inaczej natomiast przebiegają procesy dostosowawcze w odniesieniu do cen i ilości. Wychodząc od obowiązujących założeń i wprowadzonej definicji odchyleń wielkości bieżących od wielkości w równowadze, otrzymuje się:

$$pp_t = (c/a)(1 - \delta)\, pp_{t-1} + (c\delta/a)\, pp_{t-2}$$

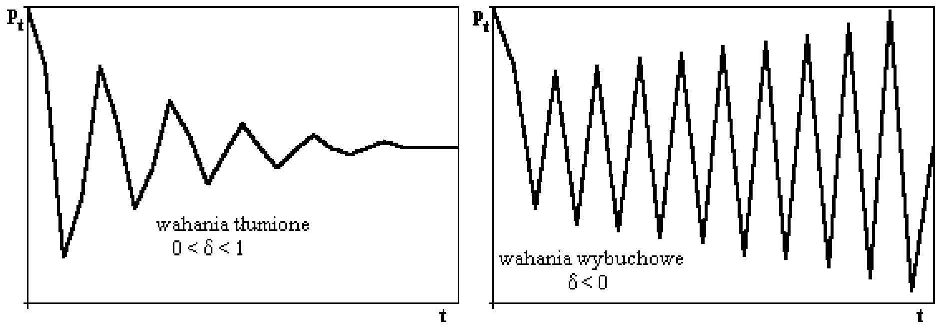
Otrzymane liniowe równanie różnicowe rzędu drugiego można rozwiązać za pomocą równania pomocniczego:

$$\lambda^2 - (c/a)(1 - \delta)\,\lambda - (c\delta/a) = 0 \tag{4.1}$$

którego pierwiastki mają postać:

$$\lambda_1 = \frac{c(1-\delta) + \sqrt{c^2(1-\delta)^2 + 4ac\delta}}{2a}, \; \lambda_2 = \frac{c(1-\delta) - \sqrt{c^2(1-\delta)^2 + 4ac\delta}}{2a}$$

Podobnie jak w przypadku uproszczonym, pierwiastki równania (4.1) będą najczęściej sprzężonymi liczbami zespolonymi i niezależnie od warunków początkowych wahania tłumione wystąpią wtedy i tylko wtedy, gdy wartość bezwzględna każdego pierwiastka będzie mniejsza od 1.



Rys. 5. Przykładowe wahania ceny w modelu z oczekiwaniami dwuokresowymi

[8] R.G.D. Allen: Ekonomia matematyczna. PWN, Warszawa 1961, s. 18; B. Gawrońska-Nowak, G. Walerysiak: Op. cit., s. 119.

Co istotne, porównując analizowany model z modelem podstawowym, można zauważyć, że wahania tłumione mogą wystąpić nawet wtedy, gdy krzywa popytu jest bardziej stroma od krzywej podaży, ale okres wahań może być nawet dwukrotnie dłuższy niż w prostym modelu pajęczyny[9].

5. Modele z oczekiwaniami z wielu okresów

Porównując zalety modeli uwzględniających ceny z jednego lub dwóch okresów poprzedzających podejmowanie decyzji przez producentów, można by oczekiwać, że uwzględnienie cen z większej liczby okresów będzie dla nich bardziej korzystne. Naiwne oczekiwania producentów co do utrzymania się ceny z bieżącego okresu, w przyszłości mogą doprowadzić do załamania się rynku, czemu zapobiec może doświadczenie i zdrowy rozsądek producentów (albo interwencja ze strony państwa).

Jednym z prostszych sposobów formułowania oczekiwań przez producentów będzie wykorzystanie średniej arytmetycznej cen z jak największej liczby dotychczasowych okresów:

$$p^e_t = (p_{t-1} + p_{t-2} + \ldots + p_{t-n})/n$$

Zastosowanie średniej arytmetycznej jest uzasadnione ze względu na ciągłe wahania cen, które sprawiają, że na przestrzeni lat cena może się ustabilizować w okolicach średniej. W związku z tym producenci mogą produkować średnie ilości, nie podejmując zbyt wielkiego ryzyka. Im bliżej ceny równowagi będzie średnia długookresowa, tym stabilniejszy będzie rynek.

Innym sposobem może być przypisanie dotychczasowym wielkościom określonych wag. Najbardziej racjonalnym rozwiązaniem wydaje się konstrukcja:

$$p^e_t = a_1 p_{t-1} + a_2 p_{t-2} + \ldots + a_n p_{t-n}$$

gdzie a_1, a_2, ..., a_n to kolejne wyrazy malejącego ciągu geometrycznego. Oparcie oczekiwań na szeregu geometrycznym może być uzasadnione tym, że największy wpływ na kształtowanie się bieżących wielkości ekonomicznych mają zmienne ze stosunkowo niedalekiej przeszłości, natomiast odleglejsze obserwacje mają znacznie mniejsze znaczenie.

Malejące w czasie znaczenie parametrów ekonomicznych nie jest jedyną przyczyną, dla której mało który producent wykorzystuje wszystkie dostępne mu informacje rynkowe. Nie należy zapominać o rosnących kosztach przechowywania i przetwarzania informacji oraz o malejących korzyściach wynikających

[9] R.D.G Allen: Op. cit., s. 219.

z dezaktualizacji informacji rynkowej. Dlatego też ze względu na kwestie dostępności, wiarygodności i porównywalności informacji, uzasadnione z ekonomicznego punktu widzenia będzie rozpatrywanie cen z kilku okresów[10].

6. Model uwzględniający gromadzenie zapasów – wariant podstawowy

W przeciwieństwie do dotychczasowych rozważań, w modelu uwzględniającym magazynowanie niesprzedanych dóbr zakłada się, że bieżąca produkcja, tak jak i popyt, są uzależnione od aktualnego poziomu ceny. Ponadto cena jest ustalana w zależności od zaobserwowanej zmiany zapasów – jeżeli zapasy w poprzednim okresie się zmniejszyły, cena ustali się na wyższym poziomie niż poprzednio, a jeśli w poprzednim okresie nagromadzono większe zapasy, cena będzie wyznaczona na poziomie niższym[11].

W modelu z zapasami obok grupy sprzedawców i nabywców można również wyróżnić grupę pośredników, którzy przechowują zapasy i dokonują sprzedaży. W najprostszej wersji modelu, o ile sprzedawcy nie odgrywają podwójnej roli, zakłada się, że kupcy dokonują transakcji kupna i sprzedaży po tej samej cenie, czyli nie pobierają prowizji za przechowywanie dóbr (szerzej na ten temat w kolejnym podrozdziale)[12].

Model składa się z trzech równań:

$$q_{dt} = ap_t + b$$

$$q_{st} = cp_t + d \qquad (6.1)$$

$$p_t = p_{t-1} - \gamma(q_{st-1} - q_{dt-1}) \qquad (6.2)$$

gdzie γ oznacza dodatni współczynnik dostosowania cen w zależności od zapasów.

Podstawiając dwa pierwsze równania do trzeciego, otrzymuje się zależność opisującą dostosowania cenowe:

$$p_t = p_{t-1} - \gamma(cp_{t-1} + d - ap_{t-1} - b) = [1 - \gamma(c - a)]\, p_{t-1} + \gamma(b - d)$$

[10] Zagadnienie dostępności informacji jako warunku racjonalności podejmowanych decyzji jest związane z szeroko omawianą w literaturze hipotezą racjonalnych oczekiwań, która zakłada, że podmioty gospodarcze są w stanie wykorzystać ogół dostępnych informacji do prognozowania zjawisk ekonomicznych (np. kształtowania się cen).

Okazuje się. że przy quasi-kompletnej informacji rynkowej racjonalne oczekiwania umożliwiają osiągnięcie równowagi niezależnie od nachylenia krzywych popytu i podaży, pod warunkiem że podmioty zachowują się racjonalnie i mają świadomość, że pozostałe podmioty działają w podobny sposób (por. np. A. Sutan, M. Willinger: Prévision de prix et coordination par les croyances: une étude expérimentale. Strasbourg 2003).

[11] A.C. Chiang: Op. cit., s. 564.

[12] Por. też R.D.G. Allen: Op. cit., s. 20.

co po przekształceniach daje:

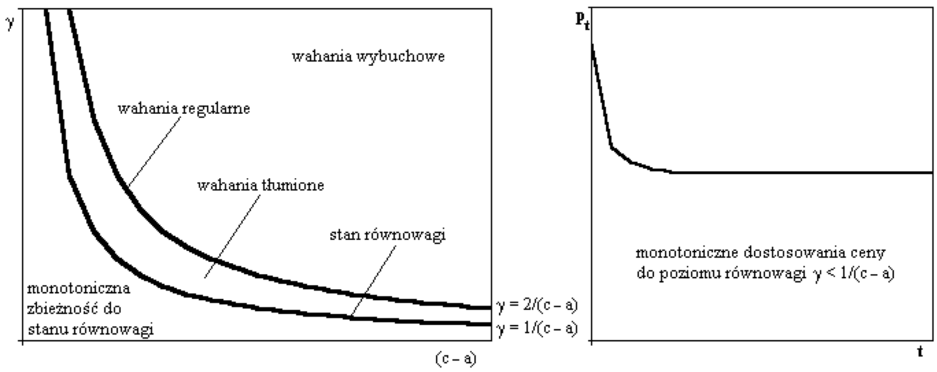
$$p_t = (1-\gamma(c-a))^t p_0 + (\gamma(b-d))\frac{1-(1-\gamma(c-a))^t}{1-(1-\gamma(c-a))}$$

czyli równoważnie:

$$p_t = (1-\gamma(c-a))^t (p_0 - p^*) + p^*$$

Zbieżność dostosowań cenowych z poziomem równowagi jest uzależniona od wartości wyrażenia (1 – γ (c – a)), przy czym zgodnie z wcześniejszymi założeniami c > 0, a < 0, a więc (c – a) > 0 (por. rys. 6)[13]:

- ścieżka dostosowań jest monotonicznie zbieżna z poziomem równowagi, jeśli 0 < γ < l/(c – a),
- cena pozostaje w równowadze dla γ = l/(c – a),
- wahania tłumione występują, kiedy l/(c – a) < γ < 2/(c – a),
- wahania regularne pojawiają się, jeżeli γ = 2/(c – a),
- wahania wybuchowe występują, gdy γ > 2/(c – a).



Rys. 6. Dostosowania cenowe w zależności od parametru *y* w modelu uwzględniającym gromadzenie zapasów. Przykład ścieżki cenowej monotonicznie zbieżnej z poziomem równowagi

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: AC. Chiang: Op. cit., s. 566.

W związku z powyższym można zauważyć, że im wyższe wartości przyjmuje γ, tym bardziej niestabilny charakter mają zmiany cen. Oznacza to, że silne reakcje sprzedawców (lub pośredników) na zmiany zapasów są niepożądane z punktu widzenia dążenia do równowagi rynkowej.

[13] R.D.G Allen: Op. cit., s. 21; A.C. Chiang: Op. cit., s. 566.

7. Modele uwzględniające gromadzenie zapasów – inne warianty

W podstawowej wersji modelu pozwalającego na gromadzenie zapasów cena była ustalana w zależności od zaobserwowanej zmiany zapasów. Tymczasem sprzedawcy mogą ustalić cenę w danym okresie w zależności od pewnego krytycznego poziomu zapasów (q_α). Jeżeli poziom zapasów jest niższy od q_α, sprzedawcy podniosą cenę proporcjonalnie do niedoboru. Z tego wynika, że zamiast równania (6.2) należy zastosować równanie w postaci:

$$p_t = p_{t-1} - \rho\ (q_{st-1} - q_\alpha)$$

gdzie ρ oznacza współczynnik reakcji na niedobór (nadmiar) zapasów. Ścieżka dostosowań cenowych będzie dana wzorem:

$$p_t = (1 - c\rho)^t\, p_0 + (\rho(d + q_\alpha))\frac{1 - (1 - c\rho)^t}{1 - (1 - c\rho)}$$

Jeśli $|1 - c\rho| < 1$, ścieżka będzie zbieżna ze stanem równowagi[14].

Sprzedawcy mogą również ustalać cenę w danym okresie tak, aby prędkość wzrostu ceny była proporcjonalna do prędkości spadku zapasów[15].

Wspomniano, że w modelu obok grupy producentów i nabywców można również wyróżnić grupę pośredników. Tak więc nie tylko producenci i nabywcy wykorzystują dostępne informacje, ale również pośrednicy, spekulujący co do możliwych różnic cen w czasie. Ze względu na to, że pośrednicy kupują określone dobra w okresie występowania ich nadwyżki po niskich cenach, a sprzedają je później po wyższych cenach, kiedy występuje względny niedobór podaży, spekulacje mogą przyczynić się do łagodzenia wahań ceny i ilości oferowanej na rynku[16].

Z występowaniem instytucji pośrednika wiążą się pewne koszty i korzyści, które można by również uwzględnić w proponowanych modelach. Cennym uzupełnieniem byłoby np. wprowadzenie parametrów opisujących prowizje za przechowywanie lub przekazywanie dóbr od producenta do nabywcy, które to opłaty zniechęcałyby do nadmiernej produkcji. Jednocześnie produkcja byłaby w mniejszym stopniu ograniczona przez niepewność co do zbytu, co mogłoby zachęcić do umiarkowanego zwiększania produkcji.

Nie należy także zapominać, że jako pośrednik na rynku może występować państwo. Interwencja państwa polega zazwyczaj na dokonywaniu skupu dóbr po niskich cenach (państwo może je przechować w celu sprzedaży, rozdać biednym, a w skrajnych przypadkach także zniszczyć) albo zachęcaniu do zmniejszania lub zwiększania podaży.

---

[14] Por. R.D.G Allen: Op. cit., s. 22.
[15] Ibid., s. 24.
[16] Jaskrawym kontrprzykładem może być załamanie na rynku cebulek tulipanów w Holandii w 1637 r.

8. Model z nadwyżkowym popytem

Na rynku może się pojawić nie tylko nadmiar, ale też niedobór dóbr w danym okresie. Występowanie nadwyżkowego popytu (niezaspokojonego popytu z poprzedniego okresu, oznaczanego $q_{dt-1} - q_{st-1}$) przyczynia się w kolejnym okresie do zgłoszenia przez nabywców zwiększonego popytu (w zależności od dodatniego parametru Tt), zwiększenia podaży (w zależności od dodatniego parametru %) oraz do wzrostu cen (w zależności od dodatniego parametru u.). W związku z tym model ma postać[17]:

$$q_{st} = q_{st-1} + \chi\,(q_{dt-1} - q_{st-1}) \tag{8.1}$$

$$p_t = p_{t-1} + \mu\,(q_{dt-1} - q_{st-1}) \tag{8.2}$$

$$q_{dt} = q_{dt-1} + \pi\,(q_{dt-1} - q_{st-1}) \tag{8.3}$$

Obliczając na podstawie równań (8.1) i (8.3) rozmiary nadwyżkowego popytu w okresie t, otrzymuje się:

$$q_{dt} - q_{st} = (1 + \pi - \chi)(q_{dt-1} - q_{st-1}) = (1 + \pi - \chi)^t\,(q_{d0} - q_{s0})$$

Równanie ruchu cen ma postać:

– $p_t = p_0 + \mu \dfrac{1-(1+\pi-\chi)^t}{1-(1+\pi-\chi)}(q_{d0} - q_{s0})$, jeśli $\chi \neq 1/(1 + \pi)$,

– $p_t = p_0 + \mu\,(q_{d0} - q_{s0})$, gdy $\chi = 1/(1 + \pi)$.

Zbieżność dostosowań cenowych do poziomu równowagi jest uzależniona od wartości wyrażenia $(1 + \pi - \chi)$[18]:

– ceny rosną monotonicznie dla nadwyżkowego popytu większego od zera i maleją monotonicznie dla $q_{d0} - q_{s0} < 0$ (nie następuje dostosowanie do poziomu równowagi), jeśli $0 < \chi \leq \pi$,
– ścieżka dostosowań jest monotonicznie zbieżna z poziomem równowagi, gdy $\pi < \chi < 1 + \pi$,
– skok ceny z p_0 do $p_0 + \mu\,(q_{d0} - q_{s0})$ i stabilizacja ceny następuje, gdy $\chi = 1 + \pi$,
– wahania tłumione występują, jeżeli $1 + \pi < \chi < 2 + \pi$,
– wahania regularne występują dla $\chi = 2 + \pi$ (cena oscyluje wtedy między wartościami $p_0 + \mu\,(q_{d0} - q_{s0})$ dla nieparzystych t oraz p_0 dla parzystych t),
– wahania wybuchowe występują, jeśli $\chi > 2 + \pi$.

W świetle powyższego można stwierdzić, że korzystna z punktu widzenia dążenia do osiągnięcia równowagi rynkowej jest sytuacja, gdy reakcje nabywców są nieznacznie słabsze niż reakcje producentów.

[17] A. Quesada: Variations on the Cobweb Model, 2003, s. 9 (www.fcee.urv.es/professors/AntonioQuesada/100.5.pdf). Por. też wersją uproszczoną modelu, złożoną z równania (1.1) i (8.1) (Ibid., s. 6).
[18] Ibid., s. 10.

9. Model z adaptacyjnym typem oczekiwań cenowych

Zgodnie z założeniami modelu adaptacyjnego producenci podejmują decyzje o rozmiarach produkcji zgodnie ze swoimi oczekiwaniami cenowymi formułowanymi na podstawie wcześniejszych obserwacji oraz korekcji swoich wcześniejszych oczekiwań.

Podstawą modelu uwzględniającego jedno opóźnienie czasowe jest układ równań (1.1) i (1.2), przy czym[19]:

$$p^e_t = p^e_{t-1} + \eta\,(p_{t-1} - p^e_{t-1})$$

gdzie η – współczynnik dostosowania oczekiwań ($0 < \eta < 1$). Oznacza to, że w okresie t producenci mają takie same oczekiwania co do kształtowania się ceny, jak w okresie t – 1, ale korygują je o błąd prognozy rozumiany jako różnica między ceną rzeczy wista a oczekiwaną w okresie t – 1.

Fluktuacje cen w czasie są opisane równaniem:

$$p_t = \eta(d - b)/a + (1 - \eta - \eta c/a)p_{t-1}$$

czyli:

$$p_t = \left(1 - \eta - \eta\frac{c}{a}\right)^t p_0 + \frac{b-d}{c-a}\left(1 - \left(1 - \eta - \eta\frac{c}{a}\right)^t\right)$$

Warunek zbieżności w prostym modelu adaptacyjnym można więc sformułować następująco: $|1 - \eta - \eta c/a| < 1$, co w typowych przypadkach jest spełnione. Przy innym zdefiniowaniu oczekiwań cenowych równowaga na rynku może być łatwiejsza lub trudniejsza do osiągnięcia.

10. Model z potęgową funkcją popytu i podaży

Założenie liniowej postaci funkcji popytu i podaży jest uproszczeniem, które nie pasuje do każdej sytuacji rynkowej. Modelując kształtowanie się zmiennych, wykorzystuje się często funkcje potęgowe o odmiennych właściwościach niż funkcje liniowe. Model pajęczyny oparty na funkcjach potęgowych może mieć postać[20]:

$$q_{dt} = ap_t^b \qquad (10.1)$$

$$q_{st} = cp_t^{ed} \qquad (10.2)$$

gdzie a, b, c i d to parametry modelu (najczęściej a, c, d > 0, b < 0)[21].

[19] Por. np. C. Chiarella. X.Z. He, P. Zhu: Fading Memory Learning in the Cobweb Model with Risk Averse Heterogeneous Producers. Sydney 2003, s. 2.

[20] Mimo że jest to model nieliniowy, można go sprowadzić do postaci liniowej przy użyciu logarytmów, czyli: $\log q_{dt} = \log a + b\log p_t$, $\log q_{st} = \log c + d\log p_{t-1}$.

[21] Oznaczenia: a – parametr rozciągający dla popytu, b – elastyczność popytu (funkcje potęgowe obrazują krzywe izoelastyczne. które charakteryzują się stałą elastycznością), c – parametr rozciągający dla podaży, d – elastyczność podaży (por. B. Gawrońska-Nowak, G. Walerysiak: Op. cit., s. 41).

Podobnie jak w przypadku modelu liniowego można założyć, że $p^e_t = p_{t-1}$ (można też oczywiście przyjąć inne założenia). Dla oczekiwań ekstrapolacyjnych funkcja podaży będzie więc miała postać:

$$q_{st} = cp_{t-1}^{\ d} \tag{10.3}$$

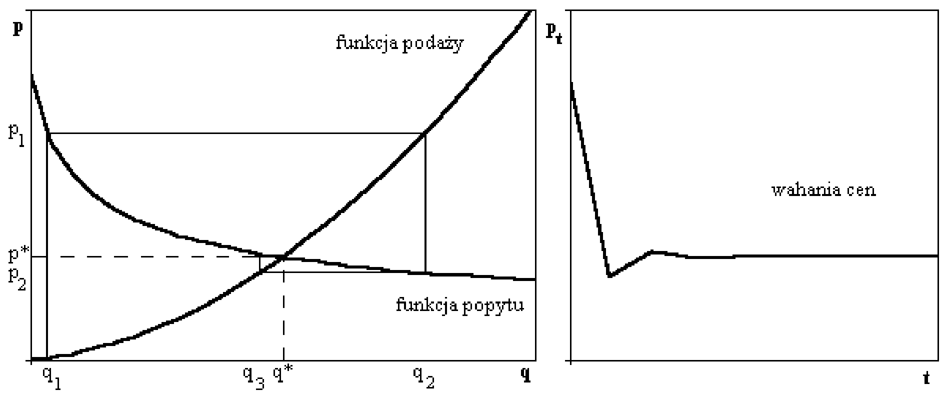
Współrzędne punktu równowagi wyznacza się na podstawie warunku (1.4):

$$p^* = \left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{1}{b-d}}, \ q^* = \left(\frac{c^b}{a^d}\right)^{\frac{1}{b-d}}$$

Natomiast równanie dostosowań cenowych ma postać:

$$p_t = p^* \left(\frac{p_0}{p^*}\right)^{\left(\frac{d}{b}\right)^t}$$

W przeciwieństwie do prostego modelu liniowego, w typowych przypadkach w zasadzie zawsze wystąpią wahania tłumione, jeżeli tylko | d | < | b |, czyli kolejne wyrazy będą podnoszone do coraz niższych potęg (mniejszych co do wartości bezwzględnej od 1) (por. rys. 7).

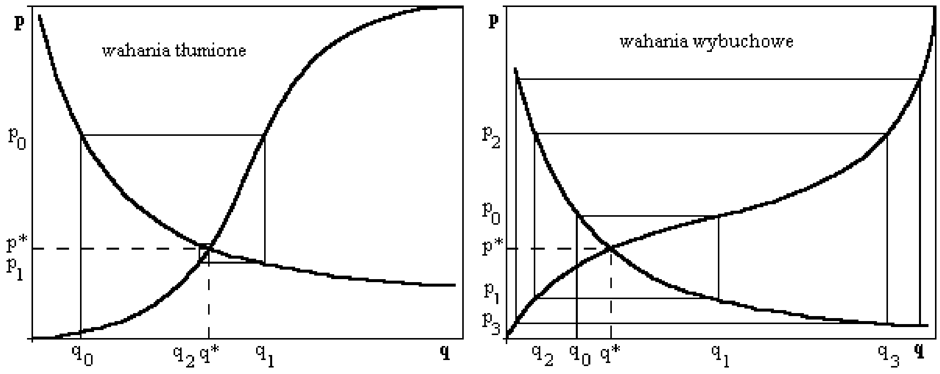


Rys. 7. Wahania ceny w potęgowym modelu pajęczyny

Co więcej, długość dostosowań do poziomu równowagi (uzależniona od relacji elastyczności podaży do elastyczności popytu) będzie znacznie mniejsza niż w przypadku wyjściowym. Im bardziej popyt będzie elastyczny, a podaż nieelastyczna, tym szybciej rynek osiągnie stan równowagi.

11. Inne modele nieliniowe

Obok modeli opierających się na funkcjach potęgowych, wykładniczych, pierwiastkowych, można stosować również funkcje sigmoidalne (logistyczne) (rys. 8).



Rys. 8. Modele pajęczyny dla sigmoidalnych funkcji podaży

Na rys. 8 wykorzystano S-kształtną funkcję podaży; w niektórych modelach podobnie odwzorowuje się kształtowanie popytu.

Przykładem może być model z chaotycznym popytem konsumpcyjnym[22], który zakłada zmienność preferencji w czasie (dla koszyka dwóch dóbr parametr opisujący zmianę preferencji w okresie t + 1 będzie uzależniony od iloczynu ilości obu dóbr zakupionych w okresie t).

Konsument będzie zgłaszał popyt na wybrane dobro wyrażony następująco:

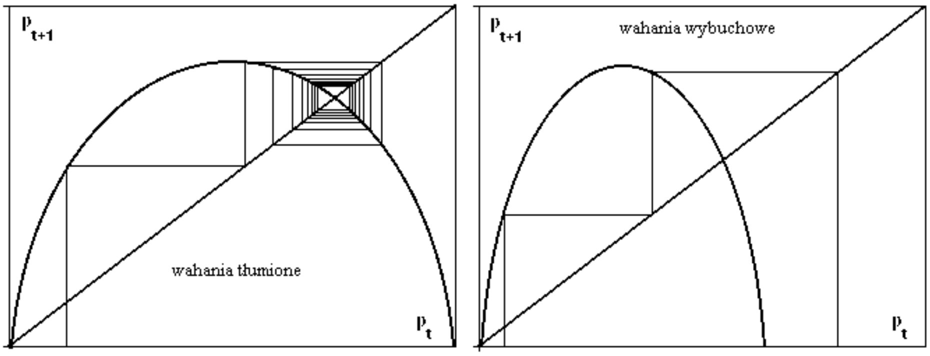
$$q_{dt} = \frac{\varepsilon \cdot I}{p_t} q_{dt-1}\left(I - p_t q_{dt-1}\right)$$

gdzie I oznacza dochód, ε to parametr opisujący ceny pozostałych dóbr oraz wpływ innych czynników. Ścieżka dostosowań cenowych w tym modelu będzie miała charakter nieregularny (chaotyczny).

Jeżeli natomiast w modelu nieliniowym pojawi się odwzorowanie logistyczne dla cen, to wahania mogą mieć charakter tłumiony, regularny, wybuchowy lub chaotyczny (rys. 9).

---

[22] Szerzej zob. H. Zawadzki: Chaotyczne systemy dynamiczne. Elementy teorii i wybrane przykłady ekonomiczne. AE, Katowice 1996. s. 199-201.



Rys. 9. Diagramy fazowe dla przykładowych odwzorowań logistycznych

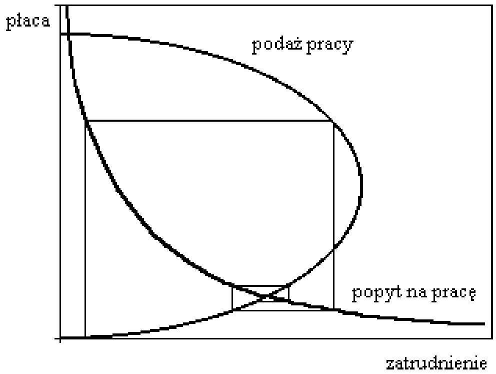
12. Model pajęczyny na rynku pracy wykwalifikowanej siły roboczej

Modele pajęczyny ilustrują wahania cen nie tylko na niektórych rynkach dóbr, ale również mogą być wykorzystywane do modelowania zjawisk zachodzących na wybranych rynkach czynników produkcji.

Interesującym przykładem może być zastosowanie modelu pajęczyny do opisu funkcjonowania niektórych segmentów rynku pracy, szczególnie zależności między płacami a liczbą absolwentów określonych, specjalistycznych kierunków studiów (model może więc dotyczyć takich grup zawodowych, jak inżynierowie, lekarze czy prawnicy).

Uzasadnieniem wprowadzenia zależności pajęczynowych jest opóźnienie po stronie podaży pracy wynoszące około 3-7 lat, związane z czasem zdobycia odpowiedniego wykształcenia. Dla kandydatów jednym z kryteriów wyboru kierunku studiów jest oczekiwane wynagrodzenie, jakie mogą otrzymać, rozpoczynając pracę zawodową. Eliminując wpływ pozostałych czynników, można zauważyć, że im wyższa płaca w danym segmencie rynku, tym więcej chętnych do podjęcia studiów w tym kierunku, co przekłada się na większą liczbę absolwentów i większą podaż pracy w przyszłości. Większa podaż pracy przyczyni się z kolei do obniżenia stawek płac i zniechęci część kandydatów.

Do modelowania zjawisk na rynku pracy można wykorzystywać modele liniowe (np. 1), nieliniowe (np. 10), a nawet niemonotoniczną funkcję podaży pracy (rys. 10).



Rys. 10. Model pajęczyny dla rynku pracy wykwalifikowanej siły roboczej z niemonotoniczną funkcją podaży pracy

W przypadku opadającej funkcji popytu i niemonotonicznej funkcji podaży (niemonotoniczność wynika z występowania efektu substytucyjnego i dochodowego) oprócz wahań tłumionych (rys. 10) mogą się pojawić chaotyczne wahania płac.

Należy jednak zauważyć, że ze względu na wieloletnie opóźnienia po stronie podaży pracy oraz wpływ wielu pozapłacowych czynników na kształtowanie się popytu na pracę oraz podaży pracy, rynek będzie podlegał ciągłym fluktuacjom, a osiągnięta równowaga będzie miała niestabilny charakter.

Uwagi końcowe

W opracowaniu nie wyczerpano bogactwa modeli pajęczyny. Skoncentrowano się na modelach, gdzie występują homogeniczne podmioty po stronie popytu i podaży oraz pośrednicy.

W prostych modelach pajęczyny nie występują publicznie ogłoszone prognozy, dlatego każdy podmiot podejmuje decyzje na podstawie swoich własnych oczekiwań. W rzeczywistości nie można więc wytypować jednego modelu jako reprezentatywnego dla określonego rynku, ponieważ występują modele mieszane, uwzględniające heterogeniczność podmiotów. Heterogeniczność podmiotów wiąże się z odmiennymi oczekiwaniami nabywców, sprzedawców i pośredników, różnymi możliwościami technicznymi i finansowymi, dostępem do informacji, wreszcie – różnym podejściem do ryzyka.

Heterogeniczność podmiotów gospodarczych oraz wpływ czynników losowych sprawiają, że nie jest możliwe wyeliminowanie wahań cen na rynkach, ale proste i złożone modele pajęczyny mogą pomóc zrozumieć funkcjonowanie niektórych rynków (takich jak rynki rolne czy rynek pracy wykwalifikowanej siły roboczej).

PRICE FLUCTUATIONS IN LINEAR AND NON-LINEAR COBWEB MODELS

Summary

The article concentrates on the selected linear and non-linear cobweb models, price dynamics and conditions of reaching the equilibrium state.

The cobweb model is one of the fundamental dynamite models in the field of economics. It depicts the price and volume adjustments on the markets where the quantity supplied is determined by the price at time t – 1, while the quantity demanded is determined by the price at time t. Cobweb models are based on the linear and non-linear relationships between supply, demand and price. Price dynamics in cobweb models typically follows damped (leading to the equilibrium), regular or explosive oscillations. However, the expanded versions of cobweb model may allow also monotone or chaotic price paths